

363

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



363F

صبح جمعه

۹۱/۱۲/۱۸

دفترچه شماره ۱



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۲

رشته‌ی
مجموعه مهندسی صنایع (کد ۲۳۵۰)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (تحقیق در عملیات ۱ و ۲، آمار و احتمالات، طراحی سیستم‌های صنعتی)	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۱

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکرار سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

- ۱- در ارتباط با سیستم خطی $Ax = b$ ، وقتی که $A = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ است، سیستم ارتعاش یافته $Ax = b(\varepsilon)$ را تعریف می‌کنیم. وقتی که $b(\varepsilon) = b + \varepsilon a_1 + \varepsilon^2 a_2 + \dots + \varepsilon^n a_n$ با $\varepsilon > 0$ می‌باشد، اگر یک جواب پایه قابل قبول تباهیده مربوط به پایه $B = [a_1, a_2, \dots, a_m]$ برای سیستم معادلات اصلی وجود داشته باشد، در ارتباط با همان پایه B :
- (۱) با مرتعش کردن سیستم معادلات اصلی به ازای هیچ مقدار $\varepsilon > 0$ نمی‌توان جواب پایه قابل قبول را از تباهیدگی خارج کرد.
 - (۲) یک جواب پایه قابل قبول غیر تباهیده، برای سیستم ارتعاش یافته، به ازای هر مقدار $\varepsilon > 0$ وجود دارد.
 - (۳) جواب‌های پایه قابل قبول برای سیستم ارتعاش یافته، به ازای هر مقدار $\varepsilon > 0$ ، همگی تباهیده هستند.
 - (۴) یک جواب پایه قابل قبول غیر تباهیده برای سیستم ارتعاش یافته، به ازای دامنه خاصی از $\varepsilon > 0$ وجود دارد.
- ۲- در ارتباط با تعریف مسئله ارتعاش یافته سؤال ۱ فرض کنید که a_k برداری در مبنای B نیست و برای ورود به آن انتخاب شده است. در این صورت:

- (۱) با استفاده از دستگاه معادلات ارتعاش یافته، نمی‌توان مسئله برنامه‌ریزی خطی را از سیکل تباهیدگی خارج کرد.
- (۲) بردار خروجی a_i در مبنای B یافت می‌شود، که پس از تعویض، جواب پایه قابل قبول حاصل به ازای هر $\varepsilon > 0$ تباهیده است.
- (۳) بردار یگانه a_i درون مبنای B یافت می‌شود، که در اثر تعویض آن با a_k ، جواب پایه قابل قبول حاصل به ازای بعضی مقادیر $\varepsilon > 0$ غیر تباهیده است.
- (۴) هیچ بردار خروجی a_i در مبنای B یافت نمی‌شود که در اثر تعویض، جواب پایه قابل قبول حاصل به ازای بعضی مقادیر $\varepsilon > 0$ غیر تباهیده باشد.

۳- مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر را در فرم اولیه (Primal) در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \text{Min } cx \\ \text{s.t. } Ax = b, x \geq 0 \end{cases}$$

فرض کنید که این مسئله و دوگان (Dual) آن دارای جواب قابل قبول هستند و بردار سطر λ جواب بهینه داده شده مسئله دوگان باشد. اگر طرفین k امین معادله مسئله اولیه را در ضریب $\mu \neq 0$ ضرب کنیم، جواب بهینه جدید مسئله دوگان (W) کدام است؟

$$w = (\mu\lambda_1, \mu\lambda_2, \dots, \mu\lambda_k, \dots, \mu\lambda_m) \quad (2) \quad w = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \frac{\lambda_k}{\mu}, \dots, \lambda_m) \quad (1)$$

$$w = (\frac{\lambda_1}{\mu}, \frac{\lambda_2}{\mu}, \dots, \frac{\lambda_k}{\mu}, \dots, \frac{\lambda_m}{\mu}) \quad (4) \quad w = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \mu\lambda_k, \dots, \lambda_m) \quad (3)$$

- ۴- در مسئله برنامه‌ریزی خطی سؤال ۳، فرض کنید که حاصل ضرب μ در معادله k ام مسئله اولیه را به معادله r ام آن اضافه می‌کنیم ($k < r$). جواب بهینه w برای مسئله دوگان، کدام است؟

$$w = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k + \mu\lambda_r, \dots, \lambda_r, \dots, \lambda_m) \quad (1)$$

$$w = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k, \dots, \lambda_r + \mu\lambda_k, \dots, \lambda_m) \quad (2)$$

$$w = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k - \mu\lambda_r, \dots, \lambda_r, \dots, \lambda_m) \quad (3)$$

$$w = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k, \dots, \lambda_r - \mu\lambda_k, \dots, \lambda_m) \quad (4)$$

- ۵- اگر در مسئله اولیه سؤال ۳، μ برابر سطر k ام ماتریس A را به بردار c اضافه کنیم، جواب بهینه w مسئله دوگان کدام خواهد بود؟

$$w = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \mu\lambda_k, \dots, \lambda_m) \quad (2) \quad w = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k + \mu, \dots, \lambda_m) \quad (1)$$

$$w = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \frac{\lambda_k}{\mu}, \dots, \lambda_m) \quad (4) \quad w = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k - \mu, \dots, \lambda_m) \quad (3)$$

۶- در مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح روبه‌رو، پس از حل آن به صورت آزادسازی خطی، برش‌های تولید شده، از کدام سطرهای جدول مشابه هم می‌باشند؟

$$\text{Max } z = 2x_1 + x_2$$

S.t.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$-x_1 + x_2 + x_4 = 0$$

$$6x_1 + 2x_2 + x_5 = 21$$

$$\forall j: x_j \geq 0, \text{Int}$$

(۱) سطر x_1 و سطر x_2

(۲) سطر تابع هدف و سطر متغیر x_1

(۳) سطر x_1 و سطر x_4

(۴) هیچ یک از سطرها برش یکسان تولید نمی‌کنند.

۷- در یک مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح، متغیر عدد صحیح x_j دارای حد بالایی u_j است، به نحوی که $0 \leq x_j \leq u_j$ می‌باشد،

اکنون می‌خواهیم به جای متغیر x_j از متغیرهای صفر و یک نظیر δ_i استفاده کنیم، به نحوی که $x_j = \sum_{i=0}^n 2^i \delta_i$ باشد، در

این صورت $2^{r+1} - 1$ مقدار u_j است.

(۱) بزرگ‌ترین، کوچک‌تر یا مساوی (۲) کوچک‌ترین، کوچک‌تر یا مساوی

(۳) بزرگ‌ترین، بزرگ‌تر یا مساوی (۴) کوچک‌ترین، بزرگ‌تر یا مساوی

۸- در مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح روبه‌رو، با حداقل چند برش می‌توان به جواب بهینه رسید؟

$$\text{Min } z = 2x_1 + 4x_2$$

$$\text{S.t. } 3x_1 + x_2 \geq 4$$

$$2x_1 + 2x_2 \geq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \text{Int}$$

(۱) یک

(۲) دو

(۳) مسئله دارای جواب موجه نمی‌باشد.

(۴) مسئله دارای جواب بی‌کران است.

۹- مسئله تخصیص منبع زیر را در نظر بگیرید:

فرض کنید که می‌خواهیم این مسئله را از برنامه‌ریزی پویا و با حرکت به جلو حل کنیم. متغیر حالت را در مرحله i با x_i و مقدار بهینه تابع هدف در مرحله i را با $g_i(x_i)$ نمایش می‌دهیم. در این صورت معادله تکراری عبارت است از:

$$z = \min_{y_i} \{ \max [f_1(y_1), f_2(y_2), \dots, f_n(y_n)] \}$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{S.t. } \sum_{i=1}^n y_i = C, y_i \geq 0$$

$$g_i(x_i) = \min_{y_i} \{ \max [f_i(y_i), g_{i+1}(x_i - y_i)] \} \quad (1)$$

(۲) نمی‌توان برای آن معادله تکراری نوشت.

$$g_i(x_i) = \min_{y_i} \{ \max [f_i(y_i), g_{i-1}(x_i - y_i)] \} \quad (3)$$

$$g_i(x_i) = \min_{y_i} [f_i(y_i) + g_{i-1}(x_i - y_i)] \quad (4)$$

۱۰- در مسئله تخصیص منبع سؤال ۹، برای حل با برنامه‌ریزی پویا با حرکت به جلو، محدودیت‌های معادله تکراری در مرحله i کدام است؟

$$\begin{aligned} y_i + y_{i+1} + \dots + y_n &= x_i \\ y_j &\geq 0, i \leq j \leq n \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} y_1 + y_2 + \dots + y_i &= C \\ y_j &\geq 0, 1 \leq j \leq i \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i = C, y_i \geq 0, 1 \leq i \leq n \quad (4)$$

$$\begin{aligned} y_1 + y_2 + \dots + y_i &= x_i \\ y_j &\geq 0, 1 \leq j \leq i \end{aligned} \quad (3)$$

۱۱- در مسئله تخصیص منبع سوال ۹، فرض کنید $n = 3$ ، $C = 10$ و $f_1(y_1) = y_1 - 2$ باشد، پس از حل مسئله با برنامه‌ریزی پویا با حرکت به جلو، مقدار بهینه تابع هدف، کدام خواهد بود؟

- (۱) $\frac{68}{11}$
 (۲) ۶
 (۳) $6/5$
 (۴) ۸

۱۲- تابع درجه دو $f(x) = \frac{1}{2}x'Qx - b'x$ را روی R^n ، وقتی که Q ماتریس قرینه و مثبت معین و b بردار ستونی n تایی است، در نظر بگیرید. فرض کنید x_1 عبارت است از نقطه می‌نیمیم تابع f روی زیر فضایی از R^n که شامل بردار d می‌باشد. همچنین x_2 عبارت است از نقطه می‌نیمیم تابع f روی زیر فضای دیگری از R^n که آن هم شامل بردار d می‌باشد. کدام رابطه بین x_1 ، x_2 و d وجود دارد؟

- (۱) $x_1'd = x_2'd = 0$
 (۲) $(x_1 - x_2)'Qd = 0$
 (۳) $(x_1 - x_2)'d = 0$
 (۴) رابطه خاصی بین x_1 ، x_2 و d وجود ندارد.

۱۳- فرض کنید Q یک ماتریس مربعی $n \times n$ است. دو بردار n تایی x_1 و x_2 را بریکدیگر Q -عمود نامند، اگر داشته باشیم: $x_1'Qx_2 = 0$ ، در این مورد گزینه صحیح کدام است؟

- (۱) هر دو بردار مخصوصی از ماتریس Q ، مربوط به مقادیر مخصوص مجزا بر یکدیگر عمودند.
 (۲) هر دو بردار مخصوصی از ماتریس Q ، بر یکدیگر عمودند.
 (۳) اگر Q قرینه باشد، هر دو بردار مخصوص آن بر یکدیگر عمودند.
 (۴) اگر Q قرینه باشد، هر دو بردار مخصوص آن که مربوط به مقادیر مخصوص مجزا باشند، بر یکدیگر عمودند.

۱۴- با فرض ماتریس Q مطابق با سوال ۱۳ و تکرار تعریف Q ، گزینه صحیح کدام است؟

- (۱) اگر ماتریس Q قرینه باشد، هر دو بردار مخصوص آن بریکدیگر Q - عمودند.
 (۲) هر دو بردار مخصوصی از ماتریس Q بریکدیگر Q - عمودند.
 (۳) اگر ماتریس Q قرینه باشد، هر دو بردار مخصوص آن که مربوط به مقادیر مخصوص مجزا باشند، بر یکدیگر Q - عمودند.
 (۴) هر دو بردار مخصوصی از ماتریس Q مربوط به مقادیر مخصوص مجزا بر یکدیگر Q - عمودند.

۱۵- به ازای ماتریس مربعی و قرینه Q ، مجموعه بردارهای n تایی $\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ را مجموعه Q - عمود می‌نامند، اگر $d_i' Q d_j = 0$ باشد، به ازای هر زوج اندیس i و j با $i \neq j$. فرض کنید Q یک ماتریس $n \times n$ و فرینه باشد و مجموعه بردارهای n تایی $\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ یک مجموعه بردار Q - عمود باشند. کدام ماتریس $n \times n$ برای E وجود دارد، که به ازای آن $E'QE$ یک ماتریس قطری می‌شود؟

$$E = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & \dots & d_{1n} \\ 0 & d_{22} & d_{23} & \dots & d_{2n} \\ 0 & 0 & d_{33} & \dots & d_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & d_{nn} \end{pmatrix} \quad (۱)$$

وقتی که d_{ij} زائین عنصر بردار d_i است.

$$E = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & d_{nn} \end{pmatrix} \quad (۲)$$

وقتی که d_{ij} زائین عنصر بردار d_i است.

$$E = [d_1, d_2, \dots, d_n] \quad (۳)$$

وقتی که بردار d_i زائین ستون ماتریس E است.

(۴) چنین ماتریس E موجود نیست.

۱۶- n توپ متمایز و n ظرف متمایز داریم. اگر توپ‌ها را به تصادف بین ظرف‌ها توزیع نماییم، احتمال اینکه فقط یک ظرف خالی باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

$$\frac{\binom{n}{2}(n-1)!}{n^n} \quad (۲) \qquad \frac{(n-1)^n}{n^n} \quad (۱)$$

$$\frac{\binom{n}{2}(n-1)^n}{n^n} \quad (۴) \qquad \frac{n! \binom{n}{2}}{n^n} \quad (۳)$$

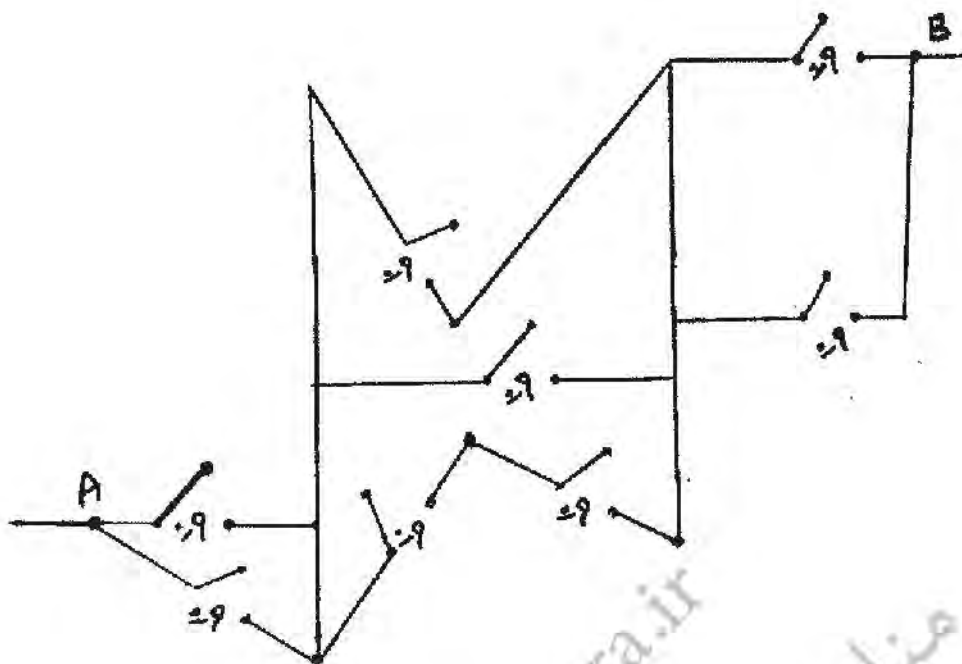
۱۷- دو ظرف در اختیار داریم. ظرف اول شامل a توپ سفید و b توپ سیاه و ظرف دوم شامل c توپ سفید و d توپ سیاه است. یک توپ به تصادف از ظرف اول برداشته و داخل ظرف دوم می‌گذاریم. سپس یک توپ به تصادف از ظرف دوم برداشته و داخل ظرف اول می‌گذاریم. در نهایت یک توپ از ظرف دوم به تصادف استخراج می‌کنیم،

احتمال اینکه این توپ سفید باشد کدام گزینه زیر است؟ (فرض کنید $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$)

$$\frac{a}{a+b} \quad (۲) \qquad \left(\frac{a}{a+b}\right)\left(\frac{c}{c+d+1}\right) \quad (۱)$$

$$\left(\frac{c}{c+d+1}\right)\left(\frac{a}{a+b+1}\right) \quad (۴) \qquad \left(\frac{a}{a+b}\right)\left(\frac{d+1}{c+d+1}\right) \quad (۳)$$

۱۸- در زیر احتمال بسته بودن هر کلید به طور مستقل از دیگر کلیدها برابر $0/9$ است. احتمال اینکه جریان برق بین دو نقطه A و B برقرار شود، کدام گزینه زیر است؟



۰/۹۸۵۱ (۱)

۰/۹۷۸۲ (۲)

۰/۹۸۲۸ (۳)

۰/۹۹۸۲ (۴)

۱۹- تابع احتمال متغیر تصادفی X به صورت $P_X(x) = k(x+1)\left(\frac{2}{3}\right)^x$ ، $x = 1, 2, \dots$ است. احتمال اینکه X عددی زوج باشد، کدام گزینه زیر است؟

۰/۲۳ (۱)

۰/۴۶ (۲)

۰/۹۲ (۳)

۰/۶۹ (۴)

۲۰- عدد X_1 به صورت تصادفی از مجموعه $\{1, 2, \dots, n\}$ و عدد X_2 نیز به صورت تصادفی از مجموعه $\{1, \dots, X_1\}$ انتخاب می‌شود. توزیع شرطی X_1 به شرط $X_2 = k$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

$$\frac{X_1}{\sum_{i=k}^n 1} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{X_1 \sum_{i=k}^n i} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{X_1 \sum_{i=k}^n \frac{1}{i}} \quad (۴)$$

$$\frac{\sum_{i=k}^n \frac{1}{i}}{X_1} \quad (۳)$$

۲۱- فرض کنید ۲۵ کوپن مختلف موجود باشد و در هر زمان که یک کوپن به دست ما می‌رسد، با احتمال مساوی ممکن است یکی از این ۲۵ نوع کوپن باشد. تعداد انتظاری انواع مختلف کوپن‌ها در یک نمونه ۱۰ تایی برابر کدام گزینه زیر است؟

$$(۱) \quad 10 \left(1 - \left(\frac{24}{25} \right)^{10} \right) \quad (۲) \quad 10 \left(1 - \left(\frac{24}{25} \right)^9 \right)$$

$$(۳) \quad 25 \left(1 - \left(\frac{9}{10} \right)^{24} \right) \quad (۴) \quad 25 \left(1 - \left(\frac{9}{10} \right)^{25} \right)$$

۲۲- مشتری‌هایی که به یک مغازه مراجعه می‌کنند، از فرآیند پواسون با میانگین ۲۰ نفر در ساعت پیروی می‌کنند. درباره احتمال این که زمان ورود مشتری هفتم بیشتر از ۵/۰ ساعت باشد، چه عدد تقریبی از بین گزینه‌های زیر می‌توان انتخاب کرد؟ (فرض کنید تاکنون مشتری وارد مغازه نشده و $\phi(x)$ همان تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است.)

$$(۱) \quad \phi(1/314) \quad (۲) \quad \phi(1/134) \\ (۳) \quad 1 - \phi(1/134) \quad (۴) \quad 1 - \phi(1/314)$$

۲۳- فرض کنید x دارای تابع چگالی $f(x) = \theta e^{-\theta x}$ (به ازای مقادیر مثبت) است. در این صورت کدام یک از نواحی بحرانی زیر در آزمون فرض $H_0: \theta = 2$; $H_1: \theta < 2$ توانا تر هستند؟

ناحیه بحرانی اول: $x > 1$ ناحیه بحرانی دوم: $x < 0.7$

- (۱) ناحیه بحرانی اول توانا تر است. (۲) ناحیه بحرانی دوم توانا تر است.
(۳) توانایی دو ناحیه به یک اندازه است. (۴) نمی‌توان به صورت قاطع قضاوت نمود.

۲۴- اگر برای بررسی آزمون فرض $H_0: \theta = \theta_0$; $H_1: \theta = \theta_1$ ($\theta_0 < \theta_1$) در مورد توزیع $f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta} x}$; $x > 0$ از آزمون نسبت احتمال متوالی (دنباله ای) SPRT استفاده شود و اندازه نمونه n باشد، کدام گزینه می‌تواند شرایط لازم برای ادامه نمونه‌گیری را نشان دهد (A و B عدد ثابت هستند)؟

$$(۱) \quad B + n \log \frac{\theta_0}{\theta_1} < \frac{\theta_0 \theta_1}{\theta_1 - \theta_0} \sum_{i=1}^n x_i < A + n \log \frac{\theta_0}{\theta_1}$$

$$(۲) \quad B - n \log \frac{\theta_0}{\theta_1} < \frac{\theta_0 \theta_1}{\theta_1 - \theta_0} \sum_{i=1}^n x_i < A + n \log \frac{\theta_0}{\theta_1}$$

$$(۳) \quad B + n \log \frac{\theta_1}{\theta_0} < \frac{\theta_1 - \theta_0}{\theta_0 \theta_1} \sum_{i=1}^n x_i < A + n \log \frac{\theta_1}{\theta_0}$$

$$(۴) \quad B - n \log \frac{\theta_1}{\theta_0} < \frac{\theta_1 - \theta_0}{\theta_0 \theta_1} \sum_{i=1}^n x_i < A + n \log \frac{\theta_1}{\theta_0}$$

۲۵- فرض شود دشمن پهبادهای خود را به ترتیب با شماره های سریال از ۱ تا k تولید کرده باشد. هدف آن است که با بهره گیری از شماره های سریال پهبادهای به غنیمت گرفته شده و با استفاده از یک برآوردگر نااریب که بر مبنای بزرگترین آماره ترتیبی قرار دارد، تعداد پهباد های دشمن را تخمین بزنیم. اگر چهار پهباد از دشمن به غنیمت گرفته شوند و شماره سریال آنها به ترتیب برابر با ۳، ۲۴، ۶ و ۱۲ باشند، تخمین تعداد پهبادهای دشمن با برآوردگر نااریب شده بزرگترین برآورد آماره ترتیبی برابر خواهد بود با:

$$\begin{array}{ll} ۲۵ (۱) & ۲۸,۷۵ (۲) \\ ۲۹ (۳) & ۳۱ (۴) \end{array}$$

۲۶- اگر نمونه برداشت شده از یک جامعه برابر با ۱۵، ۳۷، ۲۵، ۱، ۸، ۱۶، ۲۱، ۳ باشد، تخمین های مناسب برای واریانس برآوردگر میانگین اصلاح شده (Trimmed Mean) با پارامتر اصلاح ۳۰٪ به ترتیب برابر خواهد بود با:

$$\begin{array}{ll} ۲۸,۵۱ (۱) & ۲۸,۳۷ (۲) \\ ۲۸,۶۷ (۳) & ۳۶,۵ (۴) \end{array}$$

۲۷- اگر $\alpha > 1, \beta > 0, x > 0$ ، $f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}$ تابع چگالی متغیر X باشد، $E\left(\frac{1}{X}\right)$ کدام است:

$$\begin{array}{ll} \beta^2 (۱) & (\alpha-1) \\ \frac{\beta^2}{(\alpha-1)(\alpha-2)} (۴) & \frac{2\beta^2}{(\alpha-1)(\alpha-2)} (۳) \end{array}$$

۲۸- فرض کنید از جامعه ای نرمال با میانگین ۲، نمونه ۵، -۲، ۰، ۱، ۲، -۵ در دست است. یک برآورد فاصله ای سطح ۹۹٪ اطمینان برای $\frac{2}{5}e^{-2\sigma}$ برابر است با:

$$\begin{array}{ll} \left(\frac{2}{5}e^{-2\sqrt{\frac{79}{20.995.6}}}, \frac{2}{5}e^{-2\sqrt{\frac{79}{20.005.6}}} \right) (۲) & \left(\frac{2}{5}e^{-2\sqrt{\frac{28}{20.005.6}}}, \frac{2}{5}e^{-2\sqrt{\frac{28}{20.995.6}}} \right) (۱) \\ \left(\frac{2}{5}e^{-2\sqrt{\frac{79}{20.995.7}}}, \frac{2}{5}e^{-2\sqrt{\frac{79}{20.005.7}}} \right) (۴) & \left(\frac{2}{5}e^{-2\sqrt{\frac{28}{20.005.7}}}, \frac{2}{5}e^{-2\sqrt{\frac{28}{20.995.7}}} \right) (۳) \end{array}$$

۲۹- اگر $\begin{cases} X \sim N(1, 4) \\ Y \sim N(1, 9) \end{cases}$ و X, Y مستقل باشند آنگاه به ازای کدام مقدار a رابطه زیر برقرار است:

$$P(2X + Y \leq 2a) = (4X - 2Y \geq 5a)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (۱) \quad -\frac{8}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{8}{9} \quad (۴) \quad \frac{3}{4} \quad (۳)$$

۳۰- می‌دانیم واریانس برآوردکننده $\hat{\theta}_1$ برابر $\frac{\theta}{۳}$ و امید ریاضی آن $\frac{\theta}{۳}$ و واریانس برآوردکننده $\hat{\theta}_2$ برابر θ و امید

ریاضی آن $\hat{\theta}_1$ است. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

$$MSE(\hat{\theta}_2) = \frac{\theta}{4} + \theta^2 \quad (۲) \quad MSE(\hat{\theta}_2) = \frac{\theta}{2} + \theta^2 \quad (۱)$$

$$MSE(\hat{\theta}_1) = \theta + \frac{4}{9}\theta^2 \quad (۴) \quad MSE(\hat{\theta}_1) = \frac{\theta}{2} + \frac{4}{9}\theta^2 \quad (۳)$$

۳۱- در چه شرایطی، از الگوی طراحی خط مستقیم استفاده می‌شود؟

(۱) حجم تولید کم و تنوع آن زیاد باشد.

(۲) حجم تولید زیاد و تنوع آن کم باشد.

(۳) خط تولید نسبت به فضای موجود طولانی‌تر باشد.

(۴) فرآیند تولید ساده باشد.

۳۲- در روش تکنولوژی گروهی GT:

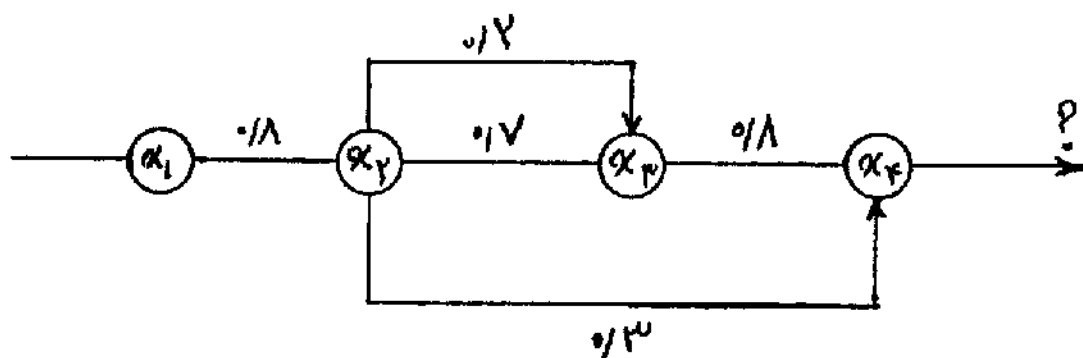
(۱) برای هر خانواده، یک شبه خط تولید ایجاد می‌شود.

(۲) از ماشین‌آلات تک منظوره استفاده می‌شود.

(۳) هر قطعه، در یک خط تولید ساخته می‌شود.

(۴) هر قطعه، در یک کارگاه خاص ساخته می‌شود.

۳۳- خروجی نهایی از مرحله چهارم به مقدار ۲۰۰۰ واحد، چند واحد باید باشد؟



$$۱۰۰۰ \quad (۱) \quad ۱۲۵۰ \quad (۲)$$

$$۲۲۵۰ \quad (۳) \quad ۲۰۰۰ \quad (۴)$$

۳۴- در نمودار آلدپ برای ورود به چیدمان، اولین بخش انتخاب می‌شوند.

(۱) توسط طراح (۲) به صورت تصادفی (۳) بر مبنای بیشترین تکرار (۴) با توجه به مقدار TCR

۲۵- فرض کنید تسهیلات موجود در نقاط زیر با وزن‌های برابر یک واقع شده‌اند. در این صورت برای یافتن محل قرارگیری تسهیلی که بیش‌ترین فاصله متعامد آن از تسهیلات موجود حداقل باشد، کدام است؟

۱	۲	۳	۴	۵
(2,5)	(3,6)	(1,9)	(7,2)	(4,3)

(۱) نقاط بهینه براساس نقاط دوران یافته مربوط به مختصه Y یعنی (S1 و S2) به دست می‌آیند.

(۲) نقطه مورد نظر، یکه است، چرا که نقاط موجود تشکیل یک مربع را می‌دهند.

(۳) مقادیر $r_1 = 7/5$ و $r_2 = 3/5$ مختصه بهینه دوران یافته می‌باشند.

(۴) $Z_1^* = 6/5$ و $Z_2^* = 5$ می‌باشند.

۳۶- کدام یک از عبارات زیر در مورد مسئله حداکثر پوشش مورد انتظار (MEXCLP) صحیح است؟

(۱) محدودیت $\sum_i y_{ij} - \sum_k a_{kj} x_k \leq 0, \forall j$ ، یکی از محدودیت‌های آن است.

(۲) تابع هدف مسئله به صورت $\max \sum_j h_j (1 - p_j^{y_j}) y_{ij}$ است.

(۳) تابع هدف مسئله لزوماً غیر خطی است.

(۴) هر سه مورد فوق صحیح است.

۳۷- با توجه به شکل زیر، و بردار استقرار $(2, 1, 5, 6, 4, 3)$ و با در نظر گرفتن ماتریس مراودات به صورت زیر، چنانچه الگوریتم VNZ برای

طراحی چیدمان مورد استفاده قرار گیرد، در آن صورت دو تسهیلی که به عنوان M1 و M2 انتخاب می‌شوند، کدام است؟

(نوجه: اعداد داخل پرانتز، شماره سایت را نشان می‌دهد)

W_{ij}	1	2	3	4	5	6
1	-	3	2	1	4	4
2		-	2	1	2	3
3			-	4	1	2
4				-	2	1
5					-	3
6						-

	(1)	
(2)	(3)	(4)
	(5)	
	(6)	

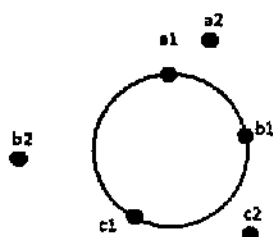
(۲ و ۵)

(۱ و ۴)

(۲ و ۴)

(۳ و ۵)

۳۸- در قسمتی از الگوریتم الزینگا و هرن، فرض کنید نقطه بیرونی a2 انتخاب شده است. در این صورت در مرحله حاضر، سه نقطه معرف کدام گزینه خواهد بود:



(۱) a2, a1, c2

(۲) a2, c1, b2

(۳) a2, b1, c1

(۴) a2, b2, c2

۳۹- در مسئله مکان‌یابی سلسله مراتبی، کدام یک از محدودیت‌های زیر، سبب منسجم کردن مدل تک جریانی می‌شود؟

$$t_{ij} \in \{0,1\} \text{ و } \sum_i t_{ij} = 1, \forall j \text{ و } v_{ij} \leq M_i t_{ij}, \forall i, j \quad (۱)$$

$$t_{ij} \geq 0 \text{ و } \sum_i t_{ij} = 1, \forall j \text{ و } v_{ij} \leq M_i t_{ij}, \forall i, j \quad (۲)$$

$$\sum_j y_j = p+q \text{ و } t_{ij} \geq 0 \text{ و } \sum_i t_{ij} = 1, \forall j \text{ و } v_{ij} \leq M_i t_{ij}, \forall i, j \quad (۳)$$

$$\sum_j y_j = p+q \text{ و } t_{ij} \in \{0,1\} \text{ و } \sum_i t_{ij} = 1, \forall j \text{ و } v_{ij} \leq M_i t_{ij}, \forall i, j \quad (۴)$$

۴۰- کدام یک از عبارات زیر برای جواب‌های بهینه مسئله چیدمان چند ماشینی با تابع فاصله «مربع فاصله مستقیم»، صحیح است؟ (n = تعداد ماشین‌های موجود)

(۱) منحنی‌های هم تراز، به صورت چند ضلعی محدب می‌باشند.

(۲) منحنی‌های هم تراز، دوائر متحدالمرکز می‌باشند.

(۳) این مسئله به یک دستگاه n معادله و n مجهول خطی قابل تبدیل است.

(۴) X بهینه هر ماشین جدید منطبق بر یکی از Xهای ماشین‌های موجود است.

۴۱- فرض کنید با استفاده از مدل Set Covering، تعداد n انبار جهت پوشش کل تقاضا تعیین شده است. حال چنانچه مجبور شویم یکی از انبارهای انتخاب شده را حذف کنیم، حد پایین تعداد مشتریانی که از دست می‌دهیم کدام است؟

(۱) اگر بتوان از انبارهای دیگر تقاضا را پوشش داد، هیچ مشتری از دست نمی‌دهیم.

(۲) حداقل یک مشتری و حداکثر m/n ، تعداد کل مشتریان $m =$

(۳) $\text{Min}\{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$ ، مشتریان اختصاصی انبار $Z_i = i$

(۴) m/n

۴۲- از مدل ABSMODEL2 برای مدل‌سازی کدام یک از موارد زیر، می‌توان استفاده کرد؟

(۱) چیدمان بخش‌ها در تکنولوژی تولید کارگاهی

(۲) چیدمان اقلام در یک قفسه انبار

(۳) چیدمان بخش‌ها در تکنولوژی تولید گروهی

(۴) اختصاص پروازها به Gate‌های یک فرودگاه

۴۳- قرار است $n = ۱۰$ بخش مختلف در یک کارخانه مستقر شوند. کدام عبارت صحیح است؟

(۱) تعداد تئوری تعداد همسایگی‌های ممکن، برابر $n(n-1)$ ، و تعداد کل همسایگی‌های قابل اعمال، حداکثر ۲۴ است.

(۲) تعداد تئوری تعداد همسایگی‌های ممکن، برابر $n(n-1)$ ، و تعداد کل همسایگی‌های قابل اعمال، کمتر از ۲۴ است.

(۳) تعداد تئوری همسایگی ممکن، برابر ۲۴ و تعداد کل همسایگی‌های قابل اعمال، کمتر از ۲۴ است.

(۴) تعداد تئوری همسایگی ممکن، برابر ۲۴ و تعداد کل همسایگی‌های قابل اعمال، حداکثر ۲۴ است.

۴۴- قرار است دو تجهیز که میزان ارتباط بین آن‌ها برابر ۲ می‌باشد، در سطح کارگاهی که چهار تجهیز با مختصات مکانی زیر هستند، استقرار داده شود. اگر میدان ارتباطی بین دو تجهیز و تجهیزات موجود به صورت جدول زیر باشد، مختصات طولی مکان دو تجهیز جدید، چه خواهد بود؟

تجهیزات جدید	P_1	P_2	P_3	P_4
F_1	۷	۳	۴	۱
F_2	۱	۲	۲	۶

$$P_1 = (3, 6) \quad , \quad P_2 = (4, 7) \quad , \quad P_3 = (5, 8) \quad , \quad P_4 = (8, 2)$$

$$x_{F_2} = 4 \quad \text{و} \quad x_{F_1} = 3 \quad (2)$$

$$x_{F_2} = 4 \quad \text{و} \quad x_{F_1} = 5 \quad (1)$$

$$x_{F_2} = 5 \quad \text{و} \quad x_{F_1} = 3 \quad (4)$$

$$x_{F_2} = 5 \quad \text{و} \quad x_{F_1} = 4 \quad (3)$$

۴۵- در استقرار یک تجهیز در بین چهار تجهیز موجود با مکان‌های مختصاتی زیر:

$$P_1 = (3, 6) \quad , \quad P_2 = (2, 8) \quad , \quad P_3 = (1, 5) \quad , \quad P_4 = (8, 2)$$

با فرض آنکه W_1 ، W_2 ، W_3 و W_4 به ترتیب روابط جریانی - هزینه‌ای بین تجهیزات جدید و موجود باشد؛ و در ضمن فاصله به صورت پله‌ای در نظر گرفته شود، نقطه $(2, 5)$ به عنوان نقطه بهینه تعیین شده است. اگر یک مدل برنامه‌ریزی خطی برای تعیین W_1 ها نوشته شود، کدام رابطه، جزء محدودیت‌های این مدل برنامه‌ریزی خطی خواهد بود؟

$$W_4 - W_2 + W_1 + W_3 \geq 0 \quad (2)$$

$$W_1 + W_2 + W_3 - W_4 \geq 0 \quad (1)$$

$$W_3 - W_2 + W_1 + W_4 \geq 0 \quad (4)$$

$$W_2 + W_3 - W_1 - W_4 \geq 0 \quad (3)$$