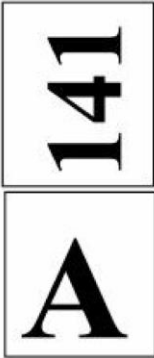


141A



نام:
نام خانوادگی:
محل امضا:

دفعه شماره (۱)

صبح جمعه
۱۳۹۴/۱۲/۱۴

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - سال ۱۳۹۵

مهندسی صنایع (کد ۲۳۰۹)

تعداد سؤال: ۴۰

مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	عنوان دروس اختصاصی، تعداد و شماره سؤال ها	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مبانی آمار و احتمال، تحقیق در عملیات ۱ و ۲، طرح ریزی و کنترل تولید و موجودی	۴۰	۱	۴۰

این آزمون نمره منفی دارد.
استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متغییرین برابر مقررات رفتار می شود.

مبانی آمار و احتمال:

۱- به چند طریق می‌توان ارقام ۱ تا ۵ را کنار هم قرار داد به نحوی که رقم ۵ قبل از ارقام ۳ و ۴ ظاهر شود؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۰
(۳) ۴۸ (۴) ۶۰

۲- یک مولد اعداد تصادفی هر بار یک عدد تصادفی را با احتمال مساوی از بین اعداد ۱, ۲, ..., ۹ انتخاب می‌کند. احتمال اینکه بعد از انتخاب n عدد ($n > 1$)، حاصل ضرب اعداد انتخاب شده بر ۱۰ بخش پذیر باشد، چقدر است؟

- (۱) $1 - (\frac{4}{9})^n$ (۲) $1 - (\frac{1}{9})^n - (\frac{5}{9})^n + (\frac{4}{9})^n$
(۳) $(\frac{4}{45})^n$ (۴) $1 - (\frac{5}{9})^n - (\frac{1}{9})^n + (\frac{4}{81})^n$

۳- ده مقاومت سالم و پنج مقاومت ناسالم را به صورت سری و به تصادف می‌بندیم. می‌دانیم اگر دو مقاومت ناسالم کنار هم قرار بگیرند، مدار کار نخواهد کرد. احتمال کار کردن مدار، کدام است؟

- (۱) $\frac{\binom{11}{6}}{\binom{15}{10}}$ (۲) $\frac{\binom{10}{5}}{\binom{15}{5}}$
(۳) $1 - (\frac{2}{3})^5$ (۴) $\frac{1}{3}$

۴- در یک کارخانه $\frac{2}{3}$ افراد از کلاه ایمنی استفاده می‌کنند. تعداد حوادث برای افرادی که از کلاه ایمنی استفاده می‌کنند دارای توزیع پواسون با نرخ یک اتفاق در سال و برای افرادی که از کلاه ایمنی استفاده نمی‌کنند دارای توزیع پواسون با نرخ ۳ اتفاق در سال است. چند درصد از افرادی که در سال حادثه‌ای ندارند، از کلاه ایمنی استفاده می‌کنند؟

- (۱) $\frac{2e^2}{2e^2 + 1}$ (۲) $\frac{2e^3}{2e^3 + e^2}$
(۳) $\frac{2}{2 + e^2}$ (۴) $\frac{2e}{2e + 1}$

۵- احتمال موفقیت در یک آزمایش تصادفی $\frac{1}{e}$ است. انحراف معیار تعداد آزمایش‌های لازم تا رسیدن به دهمین موفقیت مشروط به اینکه بدانیم ۵ آزمایش اول با شکست مواجه شده است، چقدر است؟

- (۱) ۱۰۵ (۲) ۹۰
(۳) ۳۵ (۴) ۳۰

۶- یک رشته باینری با طول n را در نظر بگیرید که شامل ۳ مقدار یک و $n - 3$ مقدار صفر است. اگر صفرها و یک‌ها به صورت تصادفی در این رشته باینری کنار هم قرار گرفته باشند، امید ریاضی موقعیت دومین عدد یک در طول این رشته باینری کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}n$ (۲) $\frac{n}{2} + 1$
(۳) $\frac{n+1}{2}$ (۴) $\frac{n}{2}$

۷- فرض کنید رابطه بین متغیرهای تصادفی Y, X به صورت $Y = \gamma X$ و $E\left(\frac{Y}{X}\right) = \gamma$ باشد و مشاهدات $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ اخذ شده باشد. اگر فرض کنیم y_i ها متغیرهای تصادفی مستقل با تابع توزیع احتمال:

$$f_y(y) = \frac{1}{\gamma x} e^{-y/\gamma x}; y > 0$$

باشد، بر آورد کننده γ طبق روش MLE، کدام است؟

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\sum_{i=1}^n x_i y_i} \quad (2)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{y_i}\right) \quad (4)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{x_i}\right) \quad (3)$$

۸- یک شرکت دارو پخش مدعی شده است که مصرف یک نوع دارو در فصول پاییز و زمستان دو برابر فصول بهار و تابستان است. در یک بررسی آماری مصرف داروی مورد نظر در فصول مختلف، اطلاعات زیر حاصل شده است. مقدار آماره آزمون فرض مورد ادعای شرکت، کدام است؟

بهار	تابستان	پاییز	زمستان
۵۵	۴۵	۹۰	۱۱۰

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{3}{10} \quad (1)$$

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{4}{10} \quad (3)$$

۹- فرض کنید در یک مدل رگرسیون خطی ساده، معادله برازش شده $\hat{y} = 2x + 3$ ، $(\bar{x}, \bar{y}) = (2, 5)$ ، $r = \frac{\sqrt{3}}{4}$ باشند. اگر مدل رگرسیون خطی x بر حسب y را بنویسیم، مقدار \hat{x} به ازای $y = 1$ ، کدام است؟

$$\frac{8}{11} \quad (2)$$

$$\frac{8}{13} \quad (1)$$

$$\frac{13}{8} \quad (4)$$

$$\frac{11}{8} \quad (3)$$

۱۰- در یک مدل رگرسیون خطی ساده، ضریب همبستگی نمونه‌ای 0.9 به دست آمده است. اگر $SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = 19$ باشد، مقدار $S_y^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2$ ، کدام است؟

$$100 \quad (2)$$

$$81 \quad (1)$$

$$118 \quad (4)$$

$$110 \quad (3)$$

۱۱- فرض کنید رابطه بین دو کمیت فیزیکی Z و W به صورت $Z = W^c$ باشد. اگر در پنج تکرار یک آزمایش نتایج زیر به دست آمده باشد، بر آورد نقطه‌ای پارامتر C ، کدام است؟

W	۰٫۰۰۱	۰٫۱	۱	۱۰۰	$۱۰۰\sqrt{۱۰}$
Z	$\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}$	۱	$\sqrt{۱۰}$	۱۰۰۰	۱۰۰۰۰

- ۰٫۲۴ (۱)
- ۰٫۳۷ (۲)
- ۰٫۵۳ (۳)
- ۰٫۸۶ (۴)

۱۲- بر اساس نمونه‌های تصادفی ۴ تایی از ۳ جامعه نرمال، اطلاعات زیر به دست آمده است:

$\bar{x}_1 = 110, \bar{x}_2 = 100, \bar{x}_3 = 120, S_1^2 = 180, S_2^2 = 220, S_3^2 = 200$

مقدار آماره آزمون فرض برابری میانگین‌های جوامع، کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

تحقیق در عملیات ۱ و ۲:

۱۳- در مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر:

$$\text{Max } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j,$$
$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$
$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

کدام جواب درست است؟

- ۱) مسئله یا دارای جواب بی کران و یا دارای جواب بهینه صفر است.
- ۲) مسئله دارای جواب بی کران است و نقطه بهینه محدود ندارد.
- ۳) مسئله دارای جواب بهینه محدود و غیر صفر است.
- ۴) مسئله دارای جواب موجه نیست.

۱۴- برای حل مدل ریاضی زیر به روش سیمپلکس برای متغیرهای کران‌دار با معرفی متغیرهای کمبود s_1, s_2, s_3 جدول متعارف اولیه را تشکیل می‌دهیم. حال اگر ابتدا x_1 را ورودی به پایه بگیریم، در جدول بعدی متغیرهای پایه، برابر کدام است؟

Max $z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4$
s.t. $2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 18$
 $-x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 \leq 18$
 $3x_1 + x_2 - x_3 \leq 18$
 $0 \leq x_1 \leq 5$
 $2 \leq x_2 \leq 4$
 $0 \leq x_3 \leq 9$
 $1 \leq x_4 \leq 2$

- s_1, s_2, x_1 (۲) s_2, s_3, s_1 (۱)
 x_1, s_2, s_1 (۴) s_3, x_1, s_1 (۳)

۱۵- مدل زیر را در نظر بگیرید:

Max $g(x_1) + g(x_2) + g(x_3)$
s.t. $x_1 + x_2 + x_3 = b \quad (b > 0)$
 $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

$g(x)$ یک تابع محدب فرض می‌شود.

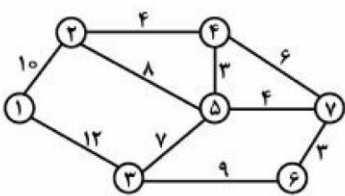
مسئله با برنامه‌ریزی پویا و به‌صورت برگشت به عقب حل شده است. β_j مقدار وضعیت در ابتدای مرحله j ام است. مقدار تابع ارزش در آخرین مرحله، کدام است؟

- $g(\beta_2)$ (۲) $g(\beta_2) + g(\beta_2) + g(\beta_1)$ (۱)
 $g(\beta_2) + 2g(0)$ (۴) $g(\beta_2 + 2g(0))$ (۳)

۱۶- در تابع سه متغیره $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1x_2x_3 - 4x_1x_2 - 2x_2x_3 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - 4x_2 + 4x_3$ گزینه درست، کدام است؟

- (۱) نقطه $(x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (2, 3, -1)$ نقطه می‌نیمم کلی (Global) تابع است.
(۲) نقطه $(x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (0, 3, 1)$ نقطه می‌نیمم کلی (Global) تابع است.
(۳) نقطه $(x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (0, 1, -1)$ نقطه می‌نیمم کلی (Global) تابع است.
(۴) نقطه $(x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (1, 2, 0)$ نقطه می‌نیمم کلی (Global) تابع است.

۱۷- شبکه زیر را که در آن کمان‌ها دوطرفه‌اند در نظر بگیرید. طول کوتاه‌ترین درخت گسترش، برابر کدام است؟



- (۱) ۲۵
(۲) ۲۸
(۳) ۳۱
(۴) ۳۳

۱۸- کدام گزینه، معادل فرم خطی عدد صحیح مدل ریاضی P است؟

$$P: \text{Max } z = t.x_1 - 3x_2$$

s.t.

$$2x_1 + 4x_2 \leq 25$$

$$x_i \geq 0, t \in \{0, 1\}$$

$$\text{Max } z = U.x_1 - 3x_2$$

s.t.

$$U + M(1-t) \leq x_1 \leq U + M(1-t) - Mt \leq U \leq Mt \quad (1)$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 25$$

$$x_i \geq 0; t, U \in \{0, 1\}$$

$$\text{Max } z = U - 3x_2$$

s.t.

$$2x_1 + 4x_2 \leq 25$$

$$U - M(1-t) \leq x_1 \leq U + M(1-t)$$

$$U \leq Mt$$

$$U, x_i \geq 0, t \in \{0, 1\} \text{ است. } M \text{ یک عدد دلخواه بزرگ است.} \quad (2)$$

$$\text{Max } z = U - 3x_2$$

s.t.

$$2x_1 + 4x_2 \leq 25$$

$$-U \leq x_1 \leq U \quad (3)$$

$$t.x_1 - 3x_2 \leq M(1-t)$$

$$U, x_i \geq 0; t \in \{0, 1\}$$

$$\text{Max } z = U - 3x_2$$

s.t.

$$2x_1 + 4x_2 \leq 25$$

$$-U - Mt \leq x_1 \leq U + Mt$$

$$U \leq M(1-t)$$

$$U, x_i \geq 0, t \in \{0, 1\} \text{ است. } M \text{ یک عدد دلخواه بزرگ است.} \quad (4)$$

۱۹- فرض کنید در حل یک مدل برنامه‌ریزی با اعداد صحیح از تکنیک صفحات برش استفاده می‌کنیم. برش

$$\frac{5}{8}x_1 + \frac{3}{4}x_2 \geq \frac{7}{5}$$

از کدام برش قوی‌تر است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}x_2 &\geq \frac{1}{5} \\ (2) \quad \frac{5}{8}x_1 + \frac{1}{2}x_2 &\geq \frac{1}{5} \\ (3) \quad \frac{1}{2}x_1 + \frac{3}{5}x_2 &\geq \frac{3}{4} \\ (4) \quad \frac{3}{4}x_1 + \frac{5}{6}x_2 &\geq \frac{2}{3} \end{aligned}$$

۲۰- اگر در یک مسئله برنامه‌ریزی خطی c ضرایب تابع هدف باشد:

- (۱) اگر برای تمام جهت‌های دورشونده داشته باشیم $cd = 0$ ، مسئله جواب بهینه چندگانه خواهد داشت.
- (۲) اگر برای حداقل یک جهت دورشونده رأسی مانند d داشته باشیم $cd < 0$ ، آنگاه مسئله جواب نامتناهی خواهد داشت.
- (۳) اگر مسئله جواب نامتناهی داشته باشد، جهت دورشونده‌ای وجود خواهد داشت (مانند d) که $cd \neq 0$ باشد.
- (۴) اگر برای تمام جهت‌های دورشونده (d) داشته باشیم $cd > 0$ ، مسئله جواب نامتناهی خواهد داشت.

$$\text{Min } z = cx$$

۲۱- مسئله برنامه‌ریزی خطی $Ax \leq b$ را در نظر بگیرید.
 $x \geq 0$

اگر دستگاه همگن نامعادلات تعریف‌کننده فضای شدنی دارای جواب بزرگ‌تر از صفر باشد، آنگاه:

- (۱) تابع هدف کران‌دار، اما در مورد فضای جواب نمی‌توان اظهارنظر کرد.
- (۲) فضای جواب بی‌کران، ولی در مورد مقدار تابع هدف بهینه نمی‌توان اظهارنظر کرد.
- (۳) فضای جواب بی‌کران و مقدار بهینه تابع هدف هم نامتناهی است.
- (۴) فضای جواب کران‌دار و تابع هدف هم کران‌دار است.

۲۲- مسئله زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \text{Min } f(x) &= x_1^3 - x_1^2 x_2 + 2x_2^2 \\ \text{s.t.} \quad x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

در مورد نقطه $\bar{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$ چه می‌توان گفت؟

- (۱) این نقطه (\bar{x}) یک می‌نیمم مطلق برای $f(x)$ است.
- (۲) این نقطه (\bar{x}) یک می‌نیمم نسبی برای $f(x)$ است.
- (۳) شرایط لازم مرتبه اول در مورد (\bar{x}) صدق می‌کند.
- (۴) شرایط لازم مرتبه دوم در مورد (\bar{x}) صدق می‌کند.

(2/53, 6/92) (F) (2/84, 5/87) (R)

۳۲- پنج نقطه تقاضا به صورت زیر موجود است.

$$P_1 = (0, 4), P_2 = (2, 5), P_3 = (6, 3), P_4 = (8, 2), P_5 = (2, 10)$$

اگر ارزش هر کدام از نقاط با توجه به مرکز خدماتی که قرار است به آن‌ها خدمت‌رسانی نماید، برابر مقادیر زیر باشد،

$$W_1 = 1, W_2 = 2, W_3 = 1, W_4 = 2, W_5 = 4$$

منحنی نقاط هم‌ارزش مربوط به این مرکز دارای چه شعاعی است؟ هزینه نقاط بر روی منحنی برابر $3/383$ و فاصله به صورت مجذور فاصله مستقیم می‌باشد.

$$(1) \quad 2\sqrt{3} \quad (2) \quad 3/13$$

$$(3) \quad 4/02 \quad (4) \quad 2\sqrt{5}$$

۳۳- یک توزیع‌کننده خودرو دارای ۴ نمایندگی است که در حال حاضر هر کدام تقاضای منطقه خود را پوشش می‌دهند.

تقاضای هفتگی هر نمایندگی مستقل از سایر نمایندگی‌ها و دارای توزیع نرمال با میانگین ۲۵ دستگاه و انحراف استاندارد ۵ دستگاه است. زمان تحویل خودروها از کارخانه به نمایندگی‌ها ۲ هفته می‌باشد. این توزیع‌کننده قصد دارد فروش خود را به اینترنتی تغییر داده و به جای ۴ نمایندگی، یک مرکز توزیع بزرگ تأسیس نماید. با فرض استفاده از سیاست سفارش‌دهی مرور پیوسته، موجودی اطمینان کل موردنیاز در شرایط فروش اینترنتی نسبت به حالت قبل از آن:

(۱) نصف می‌شود.

(۲) دو برابر می‌شود.

(۳) کمتر می‌شود ولی معلوم نیست نصف شود.

(۴) بیش‌تر می‌شود ولی معلوم نیست دو برابر شود.

۳۴- در یک مدل تخفیف کلی، مقدار سفارش اقتصادی بر روی یکی از نقاط شکست قرار گرفته است. اگر کل هزینه‌های

سفارش‌دهی سالیانه را با TCS و کل هزینه‌های نگهداری سالیانه را با TCH نشان دهیم، کدام رابطه صحیح است؟

$$(1) \quad TCH \neq TCS$$

$$(2) \quad TCH < TCS$$

$$(3) \quad TCH > TCS$$

$$(4) \quad TCH = TCS$$

۳۵- در مواردی که هزینه نگهداری کالا در انباری بسیار بالا باشد، در ارتباط با انتخاب مدل پیش‌بینی تقاضا، کدام گزینه

صحیح است؟ (فرض کنید خطا برابر با تقاضای واقعی منهای تقاضای پیش‌بینی شده است.)

(۱) مدلی که متوسط قدرمطلق خطای آن و متوسط خطای آن در مجموع چند پریود، نسبت به سایر روش‌ها کمتر باشد.

(۲) مدلی که متوسط قدرمطلق خطای آن در مجموع چند پریود، نسبت به سایر روش‌ها کمتر باشد.

(۳) مدلی که متوسط خطای آن در مجموع چند پریود، نسبت به سایر مدل‌ها کمتر باشد.

(۴) مدلی که مجموع خطاهای آن در چند پریود، نسبت به سایر مدل‌ها کمتر باشد.

۳۶- مقدار تولید اقتصادی کالایی در یک صنعت تولیدی برابر Q واحد است. اگر نرخ تولید دو برابر نرخ مصرف کالا باشد، هزینه بهینه سالیانه راه‌اندازی و نگهداری سیستم تولید، چقدر است؟ (P نرخ تولید، D نرخ مصرف و H هزینه نگهداری سالیانه هر واحد کالا است)

$$(1) \frac{HQ}{2}$$

$$(2) \frac{HQ}{2}$$

$$(3) \frac{HQ}{2P}$$

$$(4) \frac{HQ}{2D}$$

۳۷- مقدار سفارش اقتصادی کالایی (در مدل ساده سفارش) برابر ۲۰۰ واحد و هزینه نگهداری سالیانه هر واحد کالا نیز برابر ۱۰۰ واحد پولی است. اگر به میزان ۵۰ واحد ذخیره ایمنی ایجاد گردد، هزینه نگهداری سالیانه سیستم موجود چند واحد پولی خواهد شد؟

$$(1) 5,000$$

$$(2) 12,500$$

$$(3) 15,000$$

$$(4) 25,000$$

۳۸- مدل EPQ با نرخ تولید P و نرخ تقاضای D را در نظر بگیرید. کالای موردنظر فاسدشدنی است، به‌طوری‌که در هر واحد زمانی $\theta\%$ موجودی در دست، فاسد شده و از سطح موجودی در دست، کاسته می‌شود. طی یک سیکل، بازه $[0, T]$ ، ماشین به مدت t_1 واحد زمان مشغول تولید و باقیمانده زمان بی‌کار است. اگر $I(t)$ معرف سطح موجودی در دست در لحظه t باشد، کدام رابطه صحیح است؟

$$(1) \frac{dI(t)}{dt} - \theta I(t) = P - D ; t_1 \leq t \leq T$$

$$(2) \frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = P - D ; t_1 \leq t \leq T$$

$$(3) \frac{dI(t)}{dt} - \theta I(t) = P - D ; 0 \leq t \leq t_1$$

$$(4) \frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = P - D ; 0 \leq t \leq t_1$$

۳۹- میزان سفارش اقتصادی کالایی در یک سیستم موجودی در حالتی که کمبود مجاز نباشد، برابر ۲۰۰۰ تن و نقطه سفارش مجدد (موجودی در دست و در سفارش) برابر ۱۵۰۰ تن محاسبه شده است. چنانچه کمبود مجاز باشد، مقدار اقتصادی سفارش برابر ۳۰۰۰ تن خواهد بود. وضعیت موجودی سیستم در لحظه صدور سفارش، کدام است؟

$$(1) \text{موجودی انبار } ۱۳۳۳ \text{ تن است.}$$

$$(2) \text{موجودی انبار و کمبود هر دو برابر صفر است.}$$

$$(3) ۳۳۳ \text{ تن کمبود وجود دارد.}$$

$$(4) ۱۶۷ \text{ تن کمبود وجود دارد.}$$

۴۰- یک سیستم موجودی شامل ۳ دوره است. تقاضا در طی این دوره‌ها $D_1 = 5$ ، $D_2 = 4$ و $D_3 = 2$ واحد است. در صورت سفارش‌دهی، کل سفارش با احتمال $0/8$ دریافت می‌شود یا با احتمال $0/2$ دریافت نمی‌شود. مدت تحویل صفر و هزینه نگهداری یک واحد کالا طی یک دوره ۲ تومان است. کمبود به صورت فروش از دست‌رفته و هزینه کمبود هر واحد ۱۰ تومان و موجودی اولیه صفر است. برنامه سفارش‌دهی به این صورت است که در هر دوره آن قدر سفارش داده می‌شود تا موقعیت موجودی در ابتدای دوره به یک مقدار مشخص برسد. این مقدار برای دوره‌های اول، دوم و سوم به ترتیب ۱۱، ۶ و ۲ واحد است. امید ریاضی هزینه سیستم موجودی، طی این سه دوره چقدر است؟

(۱) ۱۲/۸

(۲) ۳۲/۲

(۳) ۲۵/۲

(۴) ۴۴/۲

