

ICEKU2012
International Conference on Econometrics - Kurdistan2012
**1st International Conference on Econometrics
Methods and Applications (25-27 Aug. 2012)**



اولین همایش بین المللی اقتصادسنجی
روش ها و کاربردها (۶-۴ شهریور ۱۳۹۱)
دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج



Conference to be held in collaboration with Salento and Chieti-Pescara Universities in Italy, University Putra Malaysia (UPM) and Iranian Statistical Society

بسمه تعالی

مروری بر روش های سری زمانی (ARIMA) و روش

شبکه های عصبی در پیش بینی های اقتصادی

بابک جدیدی^۱

Keyajadidi@yahoo.com

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت اجرایی دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج

امروزه پیش بینی متغیرهای اقتصادی از اهمیت ویژه ای برای مدیران استراتژیک در بخشهای خصوصی و دولتی جهت تنظیم امور و مناسبات اقتصادی برخوردار است بطوریکه که نیاز به ابزار و شیوه های پیش بینی متغیرها با کمترین مقدار خطا محسوس است بطوری که دستیابی به پیش بینی های با میانگین مطلق درصد خطای حدود ۱۰ درصد تقریباً آسان است ولی هزینه های خطا بسیار زیاد خواهد بود و تحقیقی که بتواند در کاهش چند درصدی خطا با ما کمک کند بسیار سودمند و مورد استفاده خواهد بود و در بحث های کلان خطای ۱ درصد می تواند به تفاوت میلیون یا میلیاردی پولی منجر شود بنابراین انتخاب روشی که بتواند جواب با حداقل خطای ممکن را پیش بینی کند الزامی است یکی از هدفهای اساسی تجزیه و تحلیل های اقتصادی پیش بینی دقیق متغیرها و در نتیجه کمک رسانی به مدیران استراتژیک در جهت اخذ تصمیمات صحیح و متناسب با مقادیر پیش بینی شده است بدیهی است هر چه مقادیر پیش بینی شده دقیق تر و دارای خطای کمتری باشند قابل اعتمادتر و اخذ تصمیمات مناسب و بکارگیری ابزار متناسب با آن به شکل کارآمدتری صورت می گیرد در این زمینه روشهای مختلفی بررسی پیش بینی متغیرها

وجود دارد در این مقاله دو روش شبکه های عصبی (ANN) و (ARIMA) اتورگرسیو میانگین انباشته متحرک باکس - جنکینز مورد بررسی قرار می گیرند.

شبکه های عصبی یکی از پویا ترین حوزه های تحقیق در دوران معاصر می باشد که افراد متعددی از رشته های گوناگون علمی را به خود جلب کرده است هر کدام از این افراد پشتوانه علمی متفاوتی را بر این حوزه افزوده اند از روش شبکه های عصبی برای پیش بینی متغیرهای اقتصادی در قالب دو مرحله آموزش و کاربرد استفاده می شود در مرحله آموزش داده ها که قسمت عمده داده ها هستند به مجموعه آموزشی و مجموعه آزمون قابل تقسیم هستند هم ورودی ها و هم خروجی ها متناظر با آن به شبکه عصبی داده می شود و طبق الگوریتم آموزش، به شبکه می آموزد که خروجی مناسب را تولید کند پس از آموزش شبکه، ورودی های موجود در مجموعه آزمون اعمال و با مقایسه خروجی واقعی موجود در مجموعه آزمون، دقت شبکه در پیش بینی داده های مربوطه ارزیابی می شود که به برآزش و نتایج قابل قبولی دست پیدا خواهد شد. روش شبکه های عصبی فاقد مشکلات رایج مدل سازی کلاسیک از قبیل بررسی پایایی و ناپایایی سریهای زمانی است این روش بصورت واقعی می آموزند که چگونه آینده را پیش بینی کنند و کارایی بیشتری در کمینه سازی خطاها دارد بنابراین خروجی های قابل اعتماد تری خواهد داشت که اصلی ترین دغدغه مدیران استراتژیک و تصمیم گیرندگان کلان، داشتن اطلاعات

دقیق تر و بهتر از آینده جهت اخذ تصمیمات مناسبتر است نقطه قوت مدل‌های شبکه عصبی آزادی از قید و بند فروض مدل‌های آماری و اقتصادسنجی می باشد و می توان بدون استفاده جز به جز از نظریه های اقتصادی به نتایج قابل اعتمادتری دست یافت و از لحاظ آماری نیز ویژگیهای آماری این مدل و انطباق آنها با مفاهیم رگرسیون منجر به نتایج قابل قبولی شده است روش شبکه های عصبی یکی از مسیرهای رسیدن به هوش مصنوعی است که به جای روشهای کمی عملکرد بسیار بهتر و کم خطاتری بیشتر و جهت پیش بینی موارد غیر اقتصادی مانند مدت پایداری ساختمان، پل ها، هواشناسی، موارد پزشکی، نظامی صنعتی نیز قابل استفاده با نتایج دقیق می باشد.

ANN از روش بازشناسی الگو اقدام به یادگیری میکند و به همین دلیل برای یادگیری نیاز به داده های زیادی دارد همان طور که مستحضرید مغز انسان دارای ساختار و خاصیت موازی در پردازش اطلاعات است و کامپیوترها دارای ساختار پی در پی هستند و مسائلی که مورد نظر می باشند نیازمند پردازش حجم زیادی از اطلاعات متفاوت اند که باید در تقابل با یکدیگر به حل مسئله بیانجامد دانش لازم برای حل این مسائل هر کدام از منبع متفاوتی بصورت همزمان در مغز می آیند و هر کدام نقش خود را در تهیه خروجی نهایی ایفا می کنند مغز با ساختار موازی می تواند این دانش را در خود بصورتی حفظ کند که قابل دسترس باشند و بعلاوه نحوه عمل موازی خود این دانش را همراه با سایر تحریکات مختلف که دریافت می کند همزمان پردازش

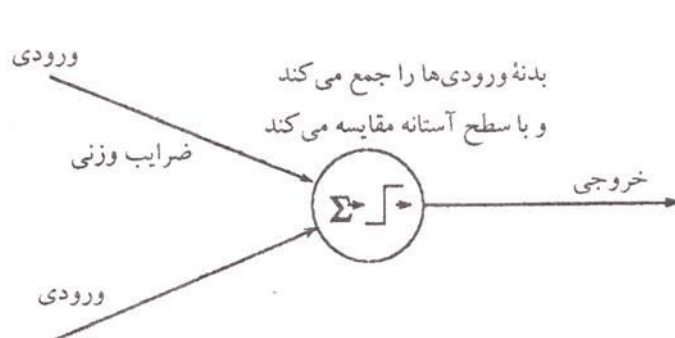
کند و مغز برای اینکار بخوبی ساخته شده است کامپیوترها طوری طراحی شده اند که یک عمل را بعد از عمل دیگر با سرعت بسیار زیاد انجام دهند سرعت عملیات کامپیوترها به میلیونها محاسبه در ثانیه بالغ می شود ولی در مغز تعداد زیادی اجزا بطور همزمان کار میکنند کاری که از عهده کامپیوترها بر نمی آید و کامپیوترها می توانند عملیاتی را که با ساختار آنها سازگاری دارند بخوبی انجام میدهند.

شیوه روش محاسباتی شبکه های عصبی ، کسب اصول زیربنایی فرآیند مغز برای پاسخ گویی و بکارگیری آنها در سیستم های کامپیوتری است، نمی دانیم مغز چگونه اطلاعات سطح بالا را در خود جا میدهد پس نمی توانیم از آن تقلید کنیم ولی میدانیم مغز از تعداد زیادی واحدهای کند ولی شدیداً مرتبط با یکدیگر تشکیل شده است مغز از اجزای ریز تشکیل شده است و این اجزا به شیوه ای بی نهایت پیچیده، مرتب شده اند و هر جز به هزاران جز دیگر متصل است و تفاوت در شیوه های ساختار علت اصلی تفاوت بین مغز و کامپیوتر است. در مدل سازی سیستم های اصلی مغز، باید راهی را یافت که بیشتر با ساختار موازی مغز سازگار باشد تا با ساختار پی در پی کامپیوترها، این مدل های موازی باید دانش را بصورت موازی در خود جای دهند و به شکل موازی نیز آن را پردازش کنند بنابراین ساختار موازی سیستم های شبکه عصبی آنها را مناسب بکارگیری در ماشین های موازی می کند و می تواند مزایای بیشتری از نظر سرعت و قابلیت اطمینان را داشته

باشد. مطالعه سیستم های نرون واقعی این امکان را داده است که ساختارهای موازی مانند مغز مدل سازی شوند و به فرایندهای سیستم عصبی دسترسی پیدا شود یکی دیگر از بارزترین ویژگیهای مغز توان فراگیری آن است مغز می تواند به خود آموزش دهد مانند اعمال اکتسابی خوردن، نوشتن، نوشیدن ولی این ویژگیها را در کامپیوتر نمی توان دید کامپیوترها از برنامه های از پیش نوشته شده پیروی می کنند که گام به گام دستورات مشخصی را در کلیه مراحل عملیاتی به آنها میدهد و هر مرحله از کار باید به روشنی شرح داده شود و برنامه های آنها از هزاران خط تجاوز می نماید و امکان اشتباه در آنها زیاد است و انسان این گونه عمل نمیکند مغز تقریباً دارای ۱۰^{۱۰} واحد پایه به نام نرون است، نرون عنصر اصلی پردازش مغز است و به تنهایی مانند یک واحد پردازش منطقی عمل می کند و هر نرون با ۱۰^۴ نرون دیگر اتصال دارد.

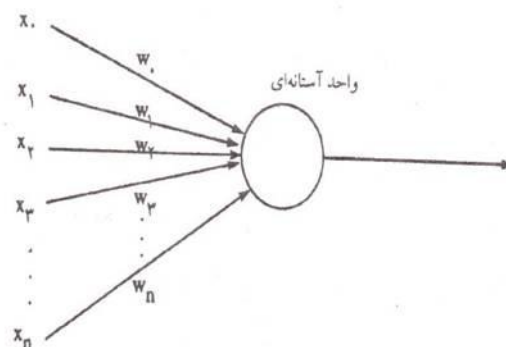
نرونها دونهی هستند نرونها داخلی که در فاصله ۱۰۰ میکرون بهم متصل اند و نرونها بیرونی که قسمت های مختلف مغز را به یکدیگر و مغز را به ماهیچه ها و اعضای حسی را به مغز متصل می کنند هر نرون ورودیهای متعددی را پذیرا است که با یکدیگر به طریقی جمع می شوند وقتی میزان ورودیهای نرون از طریق دندریتها به حد کافی برسد نرون پالسی را در اکسون خود شلیک می کند و ارتباط ها بوسیله نقاط اتصال شیمیایی بنام سیناپس صورت می گیرد.

مدلی که از نرون می سازیم باید مشخصات زیر را داشته باشد: ۱- خروجی یک نرون اگر فعال است (یک) و اگر غیر فعال است (صفر) ۳- خروجی تنها به ورودی بستگی دارد. میزان ورودی ها باید به حدی برسد که خروجی نرون را فعال کند کارایی سیناپس ها در انتقال سیگنالهای ورودی به بدنه سلول را می توان با استفاده از ضریبی که در ورودی نرون ضرب می شود مدل سازی گردد حاصل جمع باید با مقدار آستانه نرون مقایسه می شود اگر حاصل جمع بزرگتر از مقدار آستانه باشد خروجی نرون یک و اگر کمتر باشد خروجی صفر می شود که در اینجانب مقدار آستانه از تابع پلکانی یا هوی ساید^۲ استفاده می شود اگر خروجی را y بنامیم.



$$y = f_n \left[\sum_{i=0}^n wixi \right]$$

این یک مدل ساده از آنچه که در دنیای واقعی پیچیده وجود دارد است و بهتر است یک لایه از نرونها را مد نظر قرار داد تا خروجی های نرون های مورد نظر را تحت ورودی های معینی قابل مطالعه شود این مدل نرون در سال ۱۹۴۳ توسط مک کولو و پتیس پیشنهاد شده است



شکل ۲ جزئیات مدل نرون پایه

در سال ۱۹۶۲ فرانک روزن بلات^۳ نرونهای مدل را که بطریقی ساده به یکدیگر متصل اند را پرسپترون^۴ نامید اتصال این نرونها به یکدیگر شبکه هایی ایجاد میکند که بتوانند کاری را انجام دهند ولی برای انجام کاری مفید باید آنها را آموزش دهیم. برای فراگیری شبکه باید زمانیکه مایلیم نرون فعال باشد ضرایب وزنی را افزایش داده و آنگاه که مایل هستیم نرون غیر فعال

2- Franc rozen Blot

۳-Perceptron

باشد ضرایب را کاهش دهیم یعنی بوسیله اضافه کردن مقدار ورودی ها به ضرایب در حالت فعال و کسر کردن مقدار ورودی ها از ضرایب هنگام غیر فعال بودن انجام می گیرد.

چون ابتدا ما نتایج مورد نظر را میدانیم و می دانیم به کدام قسمت ضرایب وزنی را تغییر دهیم. این فراگیری از طریق در دست داشتن نتیجه مطلوب راهنمایی می گردد به این نوع آموزش «فراگیری با سرپرست» گفته می شود.

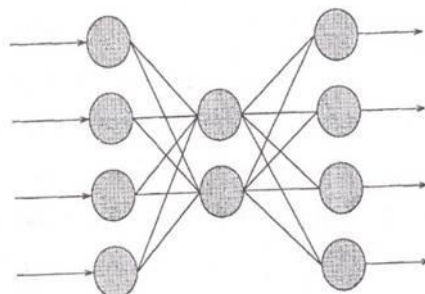
پرسترون تک لایه ای با وجود سادگی مدل موفقیت آمیزی بوده است که ویژگیهایی را که از یک سیستم قابل آموزش می توان انتظار داشت را دارد و طبقات اشیا را در صورتی که جدایی پذیر خطی باشد از یکدیگر تفکیک می دهد که جهت رفع مشکل جدایی ناپذیری خطی در ۱۹۶۸ هارت^۴ و مک کلند^۵ طرح جدیدی از پرسترون چند لایه ای اختراع کردند در مدل جدید پرسترون بصورت لایه های منظم در آمدند که به آنها پرسترون چند لایه (MLP)^۶ اطلاق می شود (شکل ۳) مدل جدید سه لایه دارد یک لایه ورودی یک لایه خارجی و یک لایه بین آنها که مستقیماً به داده های ورودی و نتایج خروجی متصل نیستند و آن را لایه پنهان می نامند لایه

4-Hart

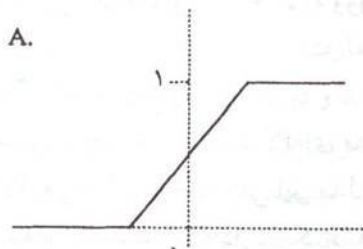
5-Mac Klend

6-Multi liyers perceptron

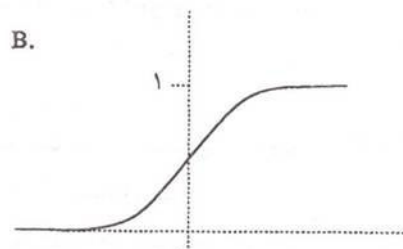
ورودی اطلاعات خام که به شبکه داده شده است دریافت میکند لایه پنهان عملکرد این لایه ها بوسیله ورودی ها و وزن ارتباط بین آنها و لایه های پنهان تعیین می شود و وزنه های بین واحدهای ورودی و پنهان تعیین می کند که چه وقت یک واحد پنهان باید فعال شود ۳- لایه خروجی: نتایج بدست آمده را مشخص میکند. هر واحد در لایه پنهان و لایه خروجی مانند پرسپترون عمل می کنند (شکل ۳) با این تفاوت که تابع استفاده شده به جای تابع پلکانی تابع سیگموئید است (شکل ۴)



شکل ۳- مدل چند لایه ای نرونها



آستانه خطی بین دو حد -
در غیر این صورت صفر یا یک



آستانه سیگموئیدی

شکل ۴-

لایه های ورودی فقط وظیفه توزیع مقادیر را به لایه بعدی بر عهده دارند و هیچ محاسبه ای را انجام نمی دهند.

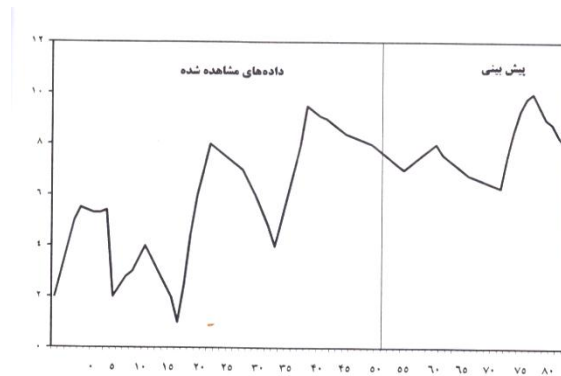
با تغییر تابع غیر خطی از پلکانی به سیگموئیدی و اضافه شدن یک لایه پنهان باید قاعده فراگیری مدل تغییر یابد که قاعده فراگیری پرسپترون چند لایه را قاعده کلی دلتا یا قاعده پس انتشار گویند این عناوین در سال ۱۹۶۸ توسط هارت، مک کلدن، ویلیامز پیشنهاد شد که آغاز تولد دوباره شبکه های عصبی بود و کتاب آنها به نام «پردازش توزیع شده موازی» یکی از مهمترین کتاب های این حوزه علمی است. نحوه عمل پرسپترون چند لایه ای مشابه پرسپترون تک لایه ای است به این صورت که الگویی به شبکه عرضه می شود و خروجی آن محاسبه می شود مقایسه خروجی واقعی و خروجی مطلوب باعث می شود ضرایب وزنی شبکه تغییر یابد بطوریکه در دفعات بعدی خروجی درست تری حاصل شود قاعده فراگیری روش تنظیم کردن ضرایب وزنی شبکه را بیان می کند قاعده ساده فراگیری تک لایه ای در مورد چند لایه ای کاربرد ندارد استفاده از تابع سیگموئید بدون معنی است که واحدهای میانی تا اندازه ای نسبت به خروجی های مدل آگاهی دارند به طوری که ضرایب وزنی آنها برای کاهش خطا تنظیم کرد قاعده دلتا مقدا تابع خطا را محاسبه کرده و آن را به عقب، از یک لایه به لایه قبلی انتشار میدهد و عبارت پس انتشار به این علت است و ضرایب وزنی هرواحد جداگانه تنظیم می شود و بدین شکل میزان خطا کاهش

می یابد. در واقع ریاضیات نشان میدهد که ضرایب وزنی واحد جداگانه تنظیم می شود بدین شکل میزان خطا کاهش می یابد. در واقع ریاضیات نشان میدهد که ضرایب واحدها باید به تناسب میزان خطای واحدی که به آن متصل اند تغییر کنند بنابراین می توان با انتشار خطا به عقب ضرایب وزنی، خطوط ارتباطی تمام لایه ها را به درستی تنظیم کرد. به این طریق تابع خطا کاهش و شبکه آموزش می بیند سیستم شبکه های عصبی کاربردهای فراوانی پیدا کرده است علاوه بر موارد اقتصادی، از جمله شبکه گویا جهت تلفظ نوشته های انگلیسی، فیلتر کردن اغتشاش دستگاه ضربان قلب بیماران، تجزیه و تحلیل های صنعتی و طراحی تراشه های عصبی توسط شرکت زیمنس، موارد نظامی در شناسایی هواپیماهای خودی و دشمن، سیستم فرمان خودکار هواپیما، طراحی شبکه بینا از سوی شرکت راه آهن انگلستان، استفاده توسط شرکت مخابرات انگلستان جهت بازشناسی و ترکیب گفتار، دستگاه تائید امضا چک در بانکهای بزرگ، کاربردهای مالی و اقتصادی در پیش بینی نرخ های ارز، طلا که الگوهای معناداری در حرکت بازارها کشف شده است معاملات سهام، معاملات زمان دار، تبادلات ارزی، نفت، کشاورزی.

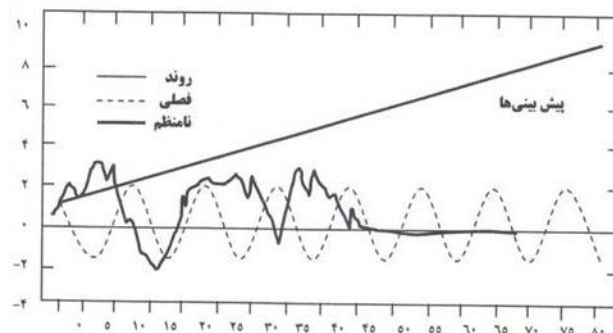
روش شبکه های عصبی در زمینه های گسترده ای کاربرد دارد ولی اصل زیر بنایی که بر پایه آن عمل می کنند نوعی بازشناسی الگوهاست.

روش سری های زمانی: یک سری زمانی مجموعه مشاهداتی است که بر حسب زمان مرتب شده باشد و تجزیه و تحلیل آنها بطور نظری و عملی توسط باکس و جنکینز در سال ۱۹۷۰ به سرعت توسعه پیدا کرد. اقتصادسنجی مرسوم در دوره رشد بر فرض مانایی سریهای زمانی استوار بوده اما بعد ها مشخص شد که اکثر سریهای زمانی اقتصادی نامانا هستند لزوم تفسیر سریهای زمانی نامانا اقتصادسنجی سریهای زمانی را وارد مرحله تازه ای نمود اقتصادسنجی سریهای زمانی با تخمین آن دسته از سریهای زمانی در ارتباط است که دارای اجزا تصادفی هستند که معادلات تفاضلی ابزار مناسبی برای تحلیل این نوع از سریهای زمانی است. تئوری معادلات تفاضلی پایه تمامی مباحث سریهای زمانی است از تحلیل های سریهای زمانی عمدتاً برای پیش بینی روند متغیرها استفاده شده است تجزیه روند پویای یک سری به اجزا آن موجب افزایش دقت پیش بینی ها می شود چرا که اجزا یک سری را می توان برای دوره های آینده برون یابی نمود اهمیت فزاینده دینامیسم های اقتصادی تاکید دوباره ای بر اقتصادسنجی سریهای زمانی را بدنبال داشت و معادلات تفاضلی تصادفی بطور طبیعی از مدلهای پویای اقتصادی منتج می شوند اگر این معادلات بدرستی تخمین شده شوند ابزار مناسبی برای تفسیر داده های اقتصادی و آزمون فرض خواهد برد. بطور سنتی از تحلیل های سری زمانی تنها بعنوان یک ابزار پیش بینی استفاده می شد

اما به تدریج روشهای جدیدی برای تجزیه یک سری زمانی به اجزا روند، فصلی و چرخه ای نامنظم توسعه یافت تجزیه روند پویای یک سری زمانی موجب افزایش دقت پیش بینی می شود. فرض می کنیم ۵۰ مشاهده آماری در دسترس است و می خواهیم مقادیر آینده را پیش بینی کنیم با استفاده از روش سریهای زمانی داده های مذکور را به اجزا روند، فصلی و جزء نامنظم تجزیه نمود آنگاه جزء روند، میانگین سری داده ها را در طول زمان تغییر می دهد و جز فصلی باعث ایجاد یک الگوی چرخه ای می شود که در آن به ازاء هر دوازده دوره زمانی یک نقطه قله وجود دارد در عمل اجزا روند و فصلی یک سری از داده ها دارای توزیع مشخص و ساده ای نیست. (شکل ۵ و ۶)



شکل ۵-



شکل - ۶

نکته مهم اینکه اگر چه جز نامنظم یک سری از داده ها دارای یک الگوی مشخص و تعریف شده ای نیست ولی تا حدودی قابل پیش بینی است با توجه به نمودار روشن می شود که تغییرات مثبت و منفی موجود در این سری دارای الگوی منظمی هستند بدین صورت که مقادیر مثبت در هر دوره مقادیر مثبتی را بدنبال دارند در پیش بینی های کوتاه مدت از وجود این همبستگی مثبت در جز تصادفی سریهای زمانی استفاده می شود اما باید توجه داشت که طی زمان جز تصادفی به صفر میل می کند و مقادیر پیش بینی شده جز نامنظم برای دوره های زمانی پس از $t=50$ بسرعت بسمت صفر میل می کند پیش بینی کلی تغییرات سری زمانی که در قسمت بالای نمودار نشان داده شده عبارت است از حاصل جمع پیش بینی تک تک اجزاء سری زمانی. روش عمومی پیش بینی تغییرات یک سری زمانی عبارت است از یافتن معادله ای که این فرآیند تصادفی را تولید نموده است این معادلات، معادلات حرکت نامیده می شوند و با استفاده از این معادله مقادیر آتی سری

زمانی پیش بینی می شود فرض کنیم γ_t مقدار یک متغیر در دوره t باشد برای دوره $t=1$ تا $t=50$ و γ_1, γ_50 معادله حرکت سری مذکور عبارت است از:

$$T_t = 1 + 0/1t \quad \text{مقدار جز روند در دوره } t$$

$$S_t = 1/6 \sin(t \frac{\pi}{6}) \quad \text{مقدار جز روند فصلی در دوره } t$$

$$I_t = 0/7I_{t-1} + \xi t \quad \text{مقدار جز روند تصادفی در دوره } t$$

$$\xi t \quad \text{مقدار جز اختلال کاملاً تصادفی در دوره } t$$

مقدار جز تصادفی نامنظم در دوره t برابر 70% مقدار متغیر در دوره قبل به اضافه جز اختلال تصادفی است هر یک از 3 معادله فوق یک معادله تفاضلی است در حالت کلی در یک معادله تفاضلی، مقدار یک متغیر تابعی است از مقادیر با وقفه خود متغیر، زمان و سایر متغیرها.

اجزا روند و فصلی هر دو تابعی از زمان هستند و جز نامنظم تابعی است از مقادیر با وقفه خودش و متغیر تصادفی ξt .

هدف تجزیه و تحلیل سریهای زمانی معمولاً دو هدف است ۱- درک یا به مدل در آوردن مکانیسم تصادفی که منجر به مشاهده سری می شود. ۲- پیش بینی مقادیر آینده سری، بر مبنای گذشته آن.

در تجزیه و تحلیل یک سری زمانی چندین هدف ممکن وجود دارد که عبارتند از توصیف، تشریح، پیش بینی و کنترل رده بندی شوند. هر چند توصیف رفتار یک سری زمانی از لحاظ تغییرات موضعی و دراز مدت در آن یا مطالعه وابستگی های موجود بین عناصر سری از بررسی های متداولی است که روی سری ها انجام می شود و مهمترین هدف از تحلیل سری زمانی پیش بینی مقادیر آینده است بررسی یک تحلیل سری زمانی آشنایی با رفتار سری زمانی به عنوان تابعی از زمان است که ساده ترین راه برای این منظور رسم نمودار سری زمانی است و مهمترین کار پیدا کردن الگوی مناسب برای سری های زمانی است. باکس و جنکینز یک روش ۳ مرحله ای ارائه دادند ۱- تشخیص یا شناسایی الگو ۲-برآزش الگو ۳-تشخیص درستی الگو روش MA میانگین متحرک دارای این خاصیت است که متغیرات موجود در یک مجموعه را کاهش میدهد و از این خاصیت برای حذف نوسانات غیر ضروری استفاده می شود و عیوب آن شامل ۱-حذف بعضی از مشاهدات از ابتدا تا انتهای سری زمانی ۲-باعث تغییرات دوره ای یا سایر تغییراتی می شود که در داده های اولیه وجود نداشته اند ۳-به شدت تحت تاثیر max و min مشاهدات قرار دارد برای رفع این عیب از میانگین متحرک موزون یا انباشته یا همجمع استفاده می شود که به مشاهدات مرکزی بیشترین وزن و به مشاهدات انتهایی کمترین وزن را میدهند.

شاخص ترین روش پیش بینی سری های زمانی پایا، فرآیند میانگین متحرک انباشته (هم جمع) اتورگرسیو ARIMA می باشد که بخش مهمی از رویکرد باکس جنکینز هستند. با ترکیب یک فرآیند میانگین متحرک و یک معادله تفاضلی خطی یک مدل اتورگرسیو میانگین متحرک حاصل می شود که اگر جز همگن معادله تفاضلی دارای p وقفه باشد و تعداد وقفه های مدل X_t برابر q باشد مدل مذکور را $ARIMA(p,q)$ که اگر $q=0$ را یک فرآیند اتورگرسیو خالص گویند و با $AR(p)$ نشان داده و اگر $p=0$ فرآیند میانگین متحرک خالص است که با $MA(q)$ نشان داده می شود.

یکی از اصول اساسی در رویکرد باکس-جنکینز اصل صرفه جویی است یعنی وارد نمودن حداقل وقفه های ممکن در مدل می باشد شکی نیست که اضافه نمودن ضرایب جدید به مدل، برازش مدل را بهتر نموده اما این کار باعث کاهش درجه آزادی مدل میشود باکس و جنکینز معتقدند مدلهایی که بر اساس صرفه جویی انتخاب شده اند نسبت به مدلهایی که دارای پارامترهای بیش از حد هستند پیش بینی های بهتری را ارائه می دهند و در واقع هدف همواره یافتن تقریبی از فرآیند تولید داده هاست نه یافتن فرآیند واقعی. یک میانگین متحرک انباشته اتورگرسیو (ARIMA) یک مدل گسترده تر از میانگین متحرک اتورگرسیو (ARMA) است با یکبار دیفرانسیل گیری امکان برآورد یک ARMA در داده های جدید بوجود می آید.

به ازاء یک سری زمانی x_t که در آن t یک عدد صحیح شاخص $ARMA(p,q)$ بصورت زیر است:

$$(1 - \sum_{i=1}^p a_i l^i) x_t = (1 + \sum_{i=1}^q \theta_i l^i) e_t$$

که در آن L متغیر تاخیر و a_i پارامتر اتورگرسو مدل بوده و θ_i پارامتر بخش میانگین متحرک و

ξ_t بخش خطای مدل هستند و متغیرهای تصادفی با توزیع مستقل و یکسان هستند.

نرم افزارهای *Stata*، *Shazam*، *Eviws* دارای کاربرد در روشهای سری های زمان و شبکه های عصبی می باشند و نرم افزارهای ماتریسی مانند *Matlab* و *Gauss* در مدلهای تک متغیره کاربرد چندانی ندارند.

منابع:

۱- آشنایی با شبکه های عصبی، جکسون، آر. بیل وتی، ترجمه دکتر محمود البرزی،

انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف

۲- اقتصاد سنجی سری های زمانی با رویکرد کاربردی، والتراندرس، ترجمه دکتر مهدی

صادقی، انتشارات امام صادق (ع)